

Математическая Интернет-карусель 9 классов 11 октября 2012 года

1. В классе 26 школьников, из которых 9 – девочки. Каждый мальчик дружит с 5 одноклассниками. Каждая из девочек, кроме Маши, дружит с 9 мальчиками-одноклассниками. Со сколькими мальчиками-одноклассниками дружит Маша?
2. Найдите неотрицательную разность двух чисел, если сумма этих чисел равна их произведению и разности их квадратов.
3. На сколько натуральных чисел от 1 до 1000 меньше, нежели четных натуральных чисел от 1 до 2012?
4. Точка O центр параллелограмма $ABCD$. Луч выходит из вершины A , делит пополам отрезок BO и пересекает сторону BC в точке E . Во сколько раз длина отрезка BE меньше длины отрезка CE ?
5. Найдите сумму $60(x + y)$, если $4x^2 + 9y^2 = 10$, $2xy = 1$.
6. Числа от 1 до 16 написаны по одному на 16 карточках разного цвета. Петя и Вася берут себе карточки с условием, что если взял карточку, то надо себе забрать и все карточки того же цвета. Так одни цвета достались одному, другие – другому. Каждый подсчитал сумму чисел на своих карточках. Они оказались разными. Стали они думать, как надо было брать карточки, чтобы суммы оказались равными, и пришли к выводу, что такого способа не существует. Какое наименьшее число цветов карточек могло быть?
7. На сколько процентов надо увеличить зарплату Пете, чтобы он стал получать в 2,5 раза больше, нежели получает сейчас?
8. Сколько трёхзначных чисел N , обладающих следующим свойством: из цифр числа N можно составить шесть различных двузначных простых чисел?
9. Сколько целых значений A , при которых сумма модулей выражений $2A - 100$ и $150 - A$ принимает значения от 150 до 400 (включая 150 и 400)?
10. Парабола $f(x) = 2x^2 + bx + c$ пересекает ось OX в точках с абсциссами 10 и 2012. Найдите ординату пересечения параболы с осью OY .

11. Последние три цифры квадрата трехзначного числа A образуют число A . Найдите A .
12. Найдите (действительные) корни уравнения $(5 - x)^4 + (2 - x)^4 = 17$.
13. На стороне BC квадрата $ABCD$, длина стороны которого равна 12, взята такая точка E , что $BE = 5$. На стороне CD отмечена такая точка F , что AF – биссектриса угла DAE . Найдите длину отрезка DF .
14. В турнире по гандболу участвуют 20 команд. В конце турнира каждый две команды должны сыграть ровно один раз. Через какое наименьшее число прошедших игр может оказаться так, что среди любых трёх команд какие-то две уже сыграли между собой?
15. Уравнение $x^3 + Ax^2 + Bx - 2012 = 0$ имеет три корня: один – целый, два других – дробные (не целые). Найдите произведение дробных корней, если известно, что $2A + B = 1002$.
16. В примере на деление цифры заменили буквами так, что одинаковые цифры стали одинаковыми буквами, а разные – разными. Получилось ИВА : ДА = ДА. Каким числом могло быть делимое?
17. Экскаватор роет яму. После того, как было вынута 20 куб.м. грунта, производительность экскаватора снизилась на 5 куб.м. Сколько куб.м. составляла производительность экскаватора первоначально, если всего после 8 часов работы было вынута 50 куб.м. грунта?