

Математическая Интернет-карусель 8 классов 27 сентября 2012 года

1. С конца 2007 года до конца 2012 года в семье стало на 1 ребенка больше. За это время суммарный возраст детей увеличился на 17 лет. Сколько лет в конце 2012 года было самому младшему ребенку?
2. В уравнении одно из чисел заменили буквой a : $a - 1)x + (2 - 3a) = 0$. Известно, что корень уравнения – число 3,5. Какое число заменили?
3. Незнайка составляет трёхзначное число. Сначала он выбирает первую и третью цифры. Если последняя цифра четная, то второй он ставит цифру меньше 5. Если последняя цифра нечетная, то вторая – больше 5. Сколько трёхзначных чисел может получиться у Незнайки?
4. Найдите наибольшее число, у которого все цифры различны, а сумма цифр равна 37.
5. В корзине лежат фрукты. Более 48% от общего количества, но менее 50% из них – яблоки. Какое наименьшее количество фруктов может быть в корзине?
6. На какое наибольшее число нулей может оканчиваться произведение трех натуральных чисел, сумма которых равна 407?
7. Решая домашнее задание по математике, Вася должен был сложить 12 дробных чисел. Он сложил целые части чисел и не стал к результату прибавлять дробные части. Когда перед уроком он стал сравнивать свой ответ с верным ответом одноклассника, то обнаружил, что верный ответ является целым числом, а его неверный ответ на N меньше. Какое наибольшее значение могло иметь число N ?
8. Углы A и B треугольника ABC равны 36° и 43° . Сколько градусов составляет меньший угол между стороной AB и биссектрисой угла C треугольника?
9. Чему может быть равна сумма двух натуральных чисел, у которых произведение на 250 больше полусуммы?
10. При каком значении p графики линейных функций $y = (2p + 1)x + p$ и $y = (4 - p)x + 2$ не имеют общей точки?

11. Сколько существует неравносторонних треугольников с периметром 2012, в которых длины сторон – целые числа, а большая сторона вдвое больше наименьшей стороны?
12. Малыш Вася на каждой шахматной доске красит в красный цвет одну вертикаль и одну горизонталь. Сколько различных «рисунков» он может получить? На шахматной доске все горизонтали и вертикали разные.
13. Миллионер Иван Иванович положил в трёхлитровую банку 500 однодолларовых купюр. Он разрешил сыну Пете либо класть в банку 198 долларов, либо брать из банки 300 долларов. Более никто и ничего не может делать с теми деньгами, что лежат в банке. Какое наименьшее число долларов может остаться в банке?
14. Из сырых кубиков $1 \times 1 \times 1$ сложили куб $4 \times 4 \times 4$. Оказалось, что 1 октября появилась плесень на одном из угловых кубиков. Далее, каждый день появляется плесень на тех кубиках $1 \times 1 \times 1$, у которых днем раньше появился соседний по грани кубик с плесенью. Какого числа покроется плесенью последний кубик?
15. Укажите номера верных утверждений:
(1) Точка A равноудалена от прямых a и b . Точка B также равноудалена от прямых a и b . Тогда любая точка отрезка AB равноудалена от прямых a и b .
(2) Если на стороне треугольника есть точка, равноудаленная от всех вершин треугольника, то один из углов треугольника – прямой.
(3) Точка A равноудалена от точек X и Y . Точка B также равноудалена от прямых X и Y . Тогда любая точка отрезка AB равноудалена от точек X и Y .
(4) Внутри выпуклого четырехугольника есть точка, равноудаленная от прямых, содержащих стороны этого четырехугольника. Тогда этот четырехугольник является ромбом.
16. Сумма числа N и пяти за ним идущих чисел – четырехзначное число. А сумма числа $(N + 1)$ и пяти за ним идущих чисел – пятизначное число. Найдите N .
17. Два автомобиля, пустой и с грузом, одновременно выехали на встречу друг другу из пунктов, находящихся друг от друга на расстоянии 110 км. Водители должны встретиться, перегрузить груз из одной машины в другую и тут же поехать обратно. Скорость автомобиля без груза – 60 км/ч, скорость автомобиля с грузом – 50 км/ч. На сколько минут раньше один из автомобилей вернется из поездки, нежели другой?